3. Propiedades mecánicas de los materiales –Parte 2-

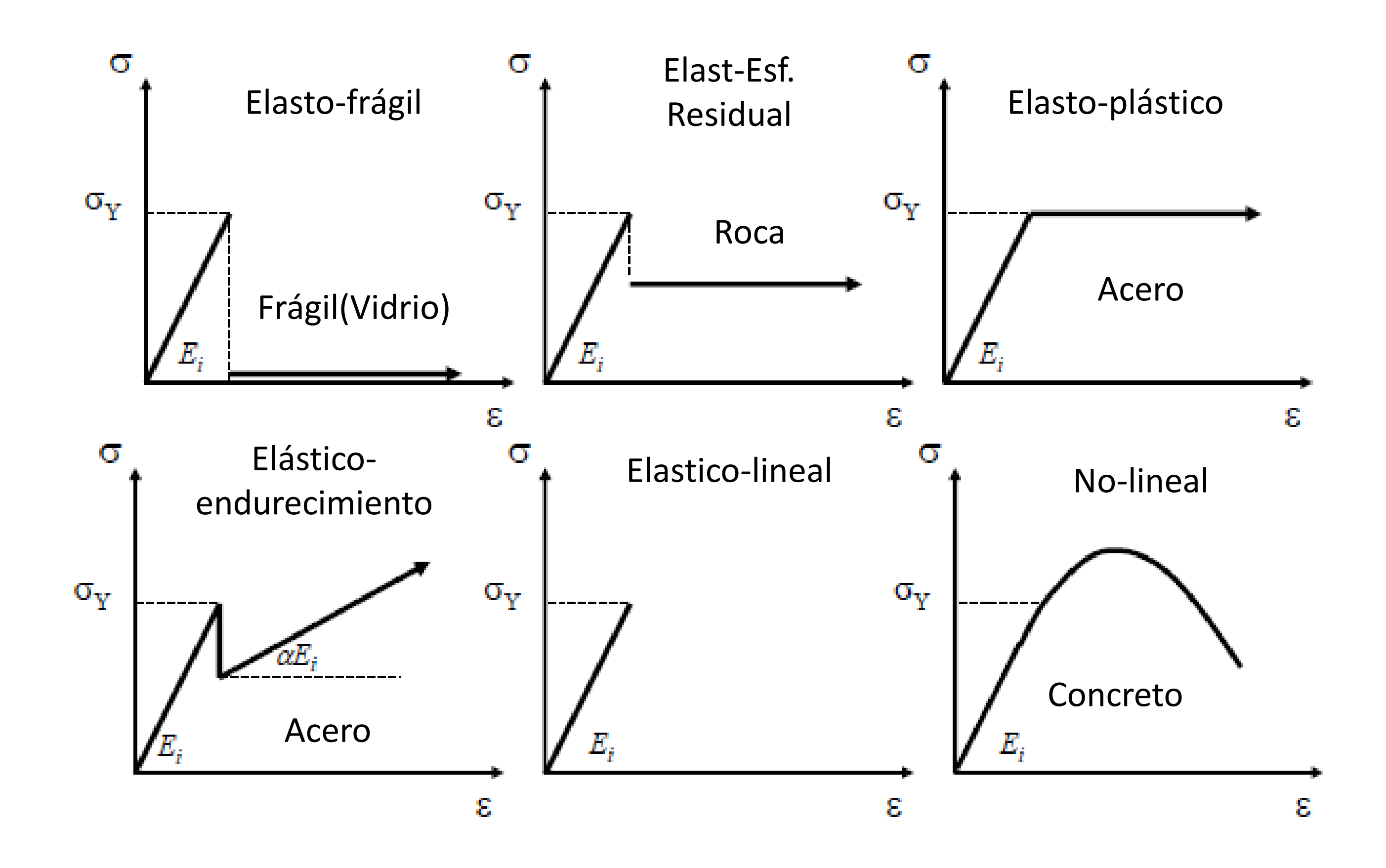
Mecánica de Sólidos

Profesor: Juan Nicolás Villamizar Gonzalez, M.Sc.

Departamento de Ingeniería Civil



3.5 Modelos de comportamiento del material



COMPORTAMIENTO MATERIAL

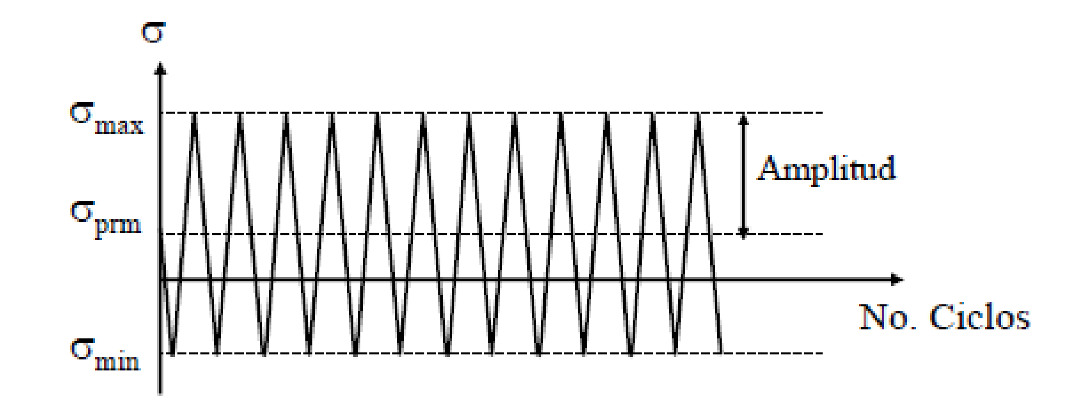
ENSAYOS EN MATERIALES

CÍRCULO DE MOHR

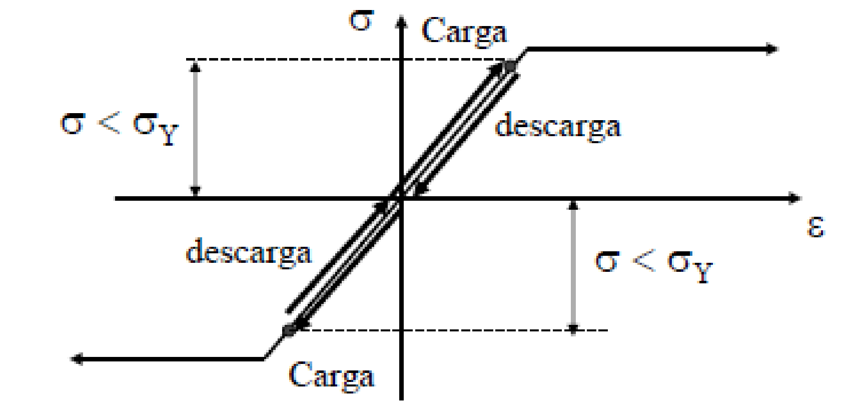
3.5 Modelos de comportamiento del material

¿Cómo saber el comportamiento del material? →Laboratorio

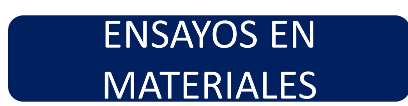
Protocolo de carga cíclica



Comportamiento del material



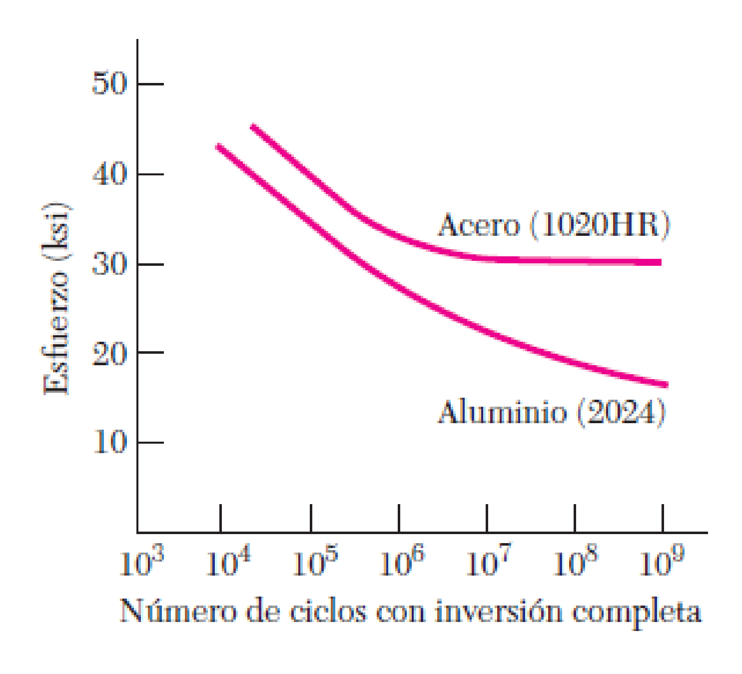




CÍRCULO DE MOHR

3.5 Modelos de comportamiento del material

Fatiga: Reducción del esfuerzo estático de rotura

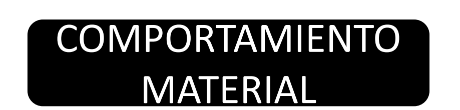


- La fatiga se presenta en forma frágil, aún para materiales dúctiles.
- La fatiga se presenta cuando un material está sometido a ciclos repetitivos de carga en el rango elástico.
- Para el diseño, el esfuerzo se define en función de un número de ciclos máximo.

3.5 Modelos de comportamiento del material

Creep: Deformación en el tiempo debido a cargas permanentes

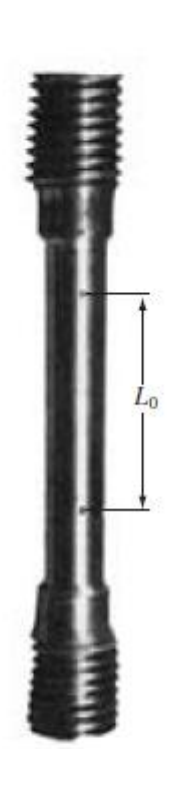
- Problema asociado a elementos sometidos en altas temperaturas o alto esfuerzo.
- Resistencia al creep: El valor más alto que puede resistir un material durante un tiempo determinado, sin causar una deformación específica.
- Pernos de acero: 1% año
- Cables de acero: 0.25%/ año





CÍRCULO DE MOHR

3.6 Ensayos en materiales





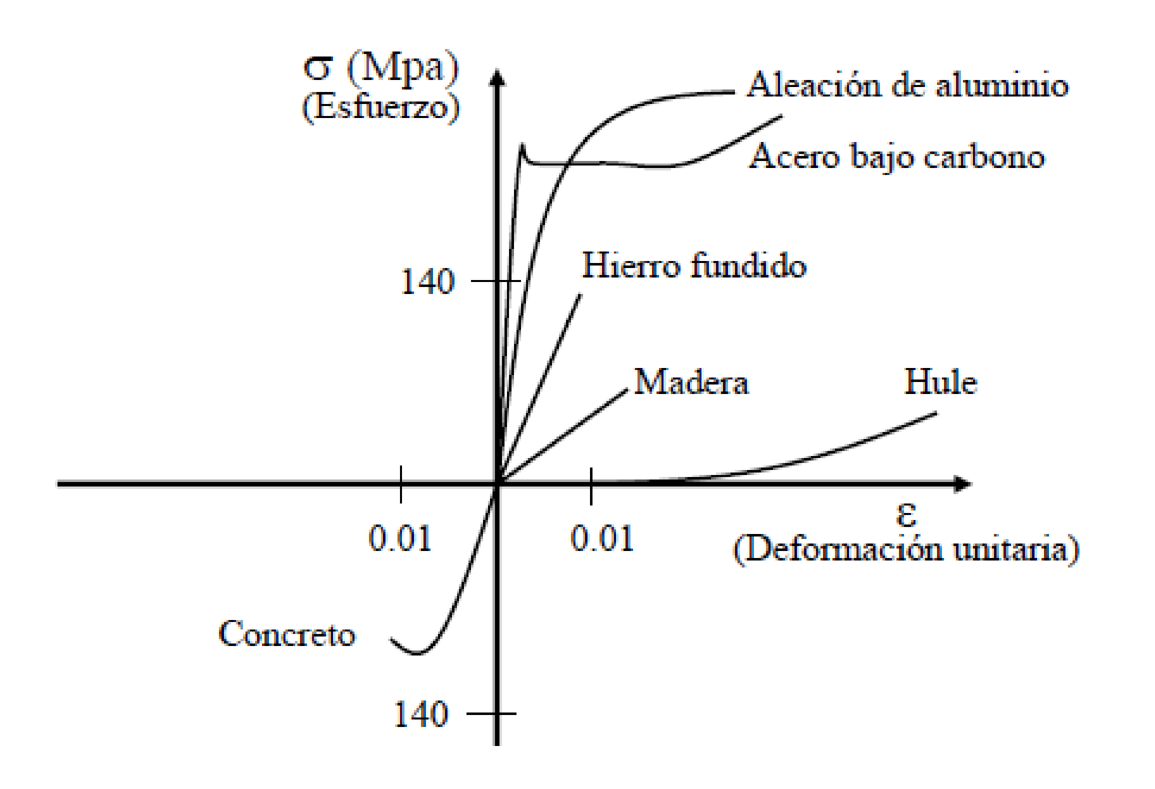


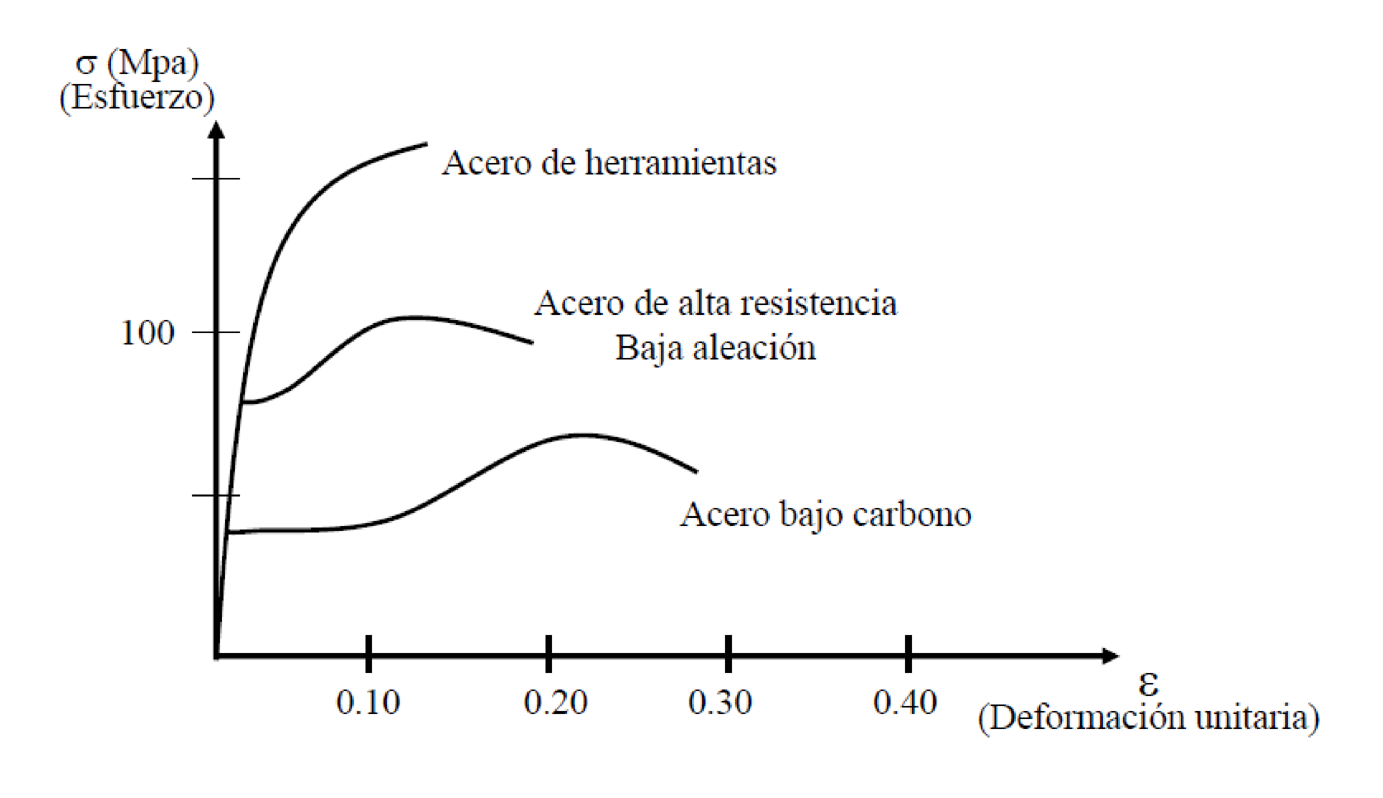
COMPORTAMIENTO MATERIAL

ENSAYOS EN MATERIALES

CÍRCULO DE MOHR

3.6 Ensayos en materiales



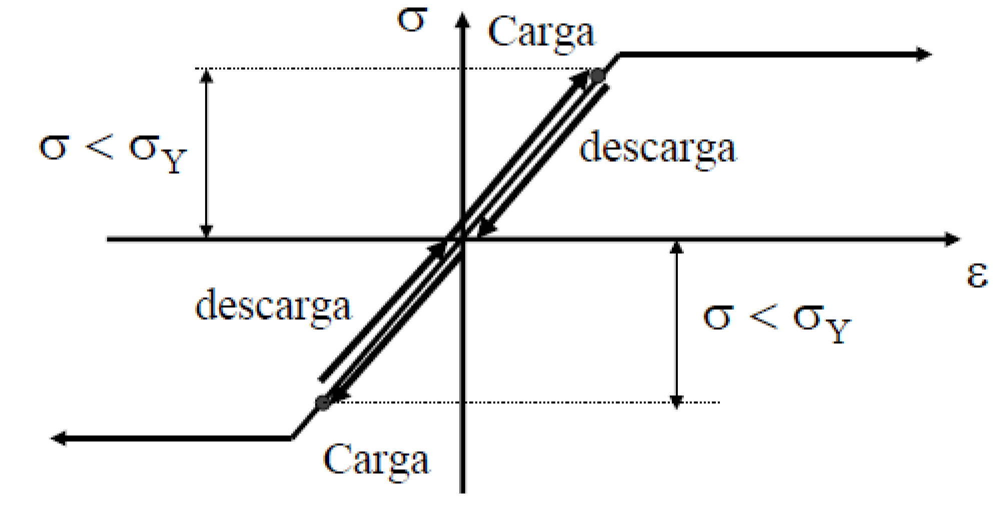


3.6 Ensayos en materiales

Protocolo de carga cíclica

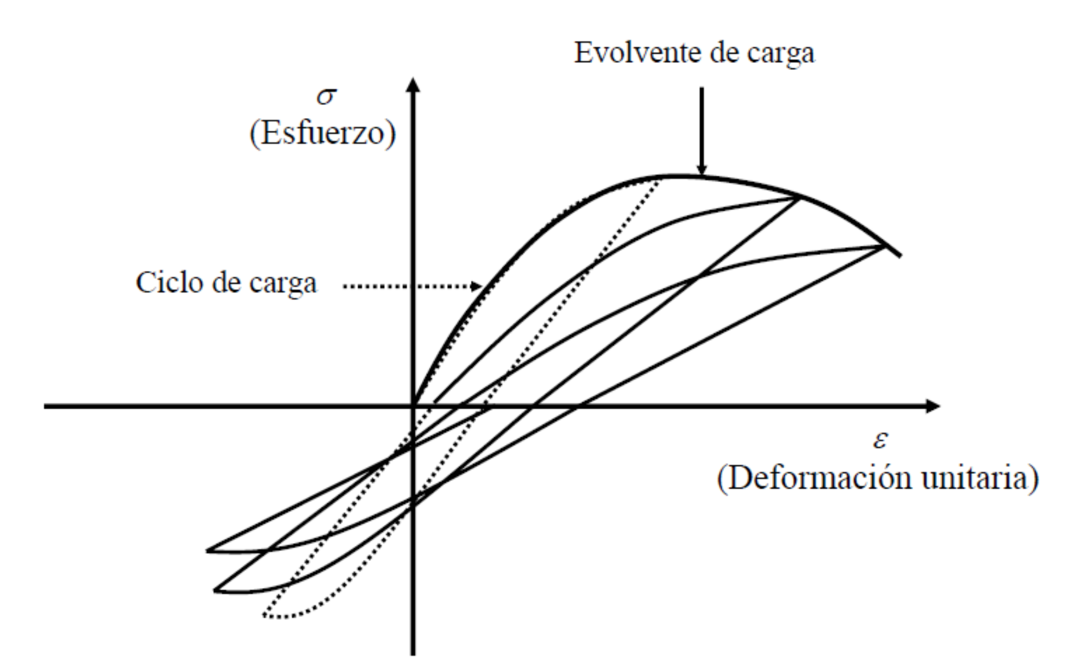
σ
σ_{max}
σ_{prm}
σ_{min}
Amplitud
No. Ciclos

Comportamiento del material



COMPORTAMIENTO MATERIAL
ENSAYOS EN MATERIALES
CÍRCULO DE MOHR

3.6 Ensayos en materiales



Viga 8 WF 48 Ensayada

(a) Disposición del ensayo

Fuerza

Ciclo N° 47

Ciclo N° 36

Ciclo N° 27

Ciclo N° 10

Deflexión

(b) Conexión soldada

Fuerza

Deflexión

Ciclo N° 1

Ciclo N° 2

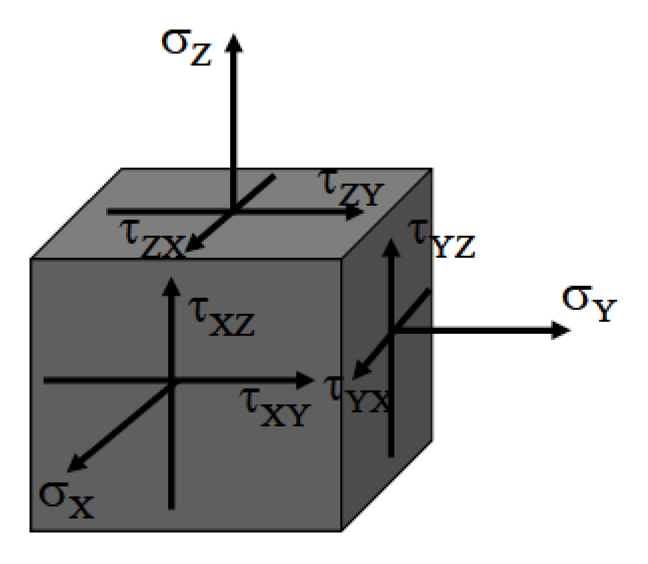
(c) Conexión pernada (atornillada)



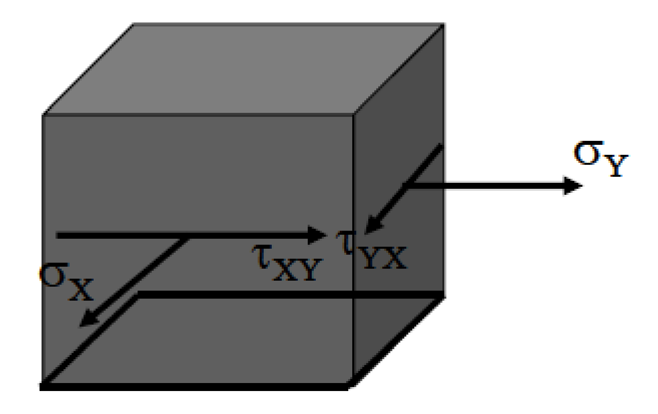




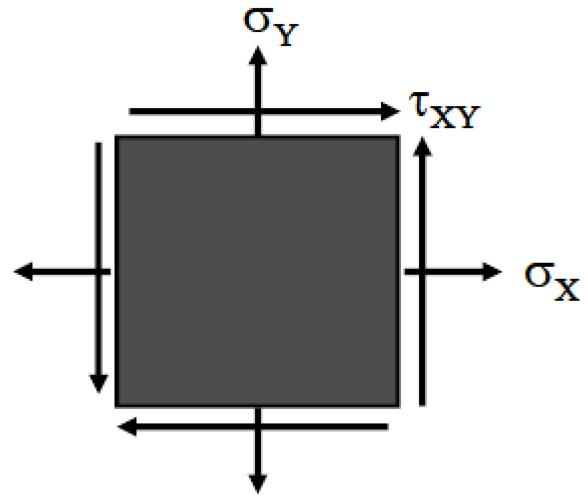
3.7 Círculo de Mohr



Estado General de Esfuerzos

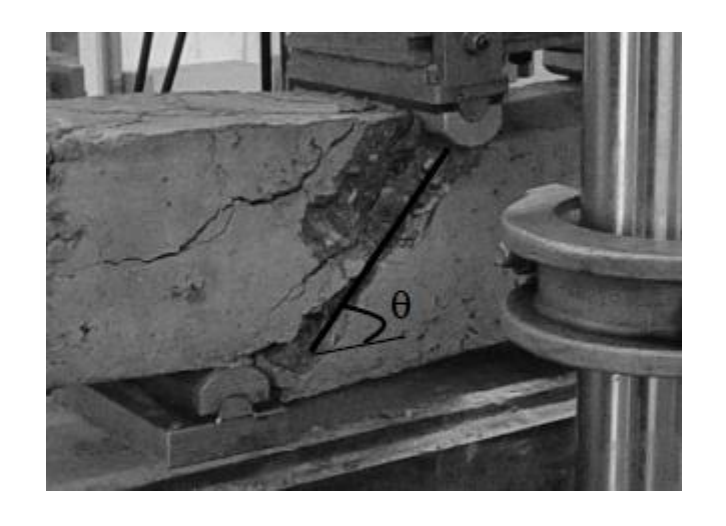


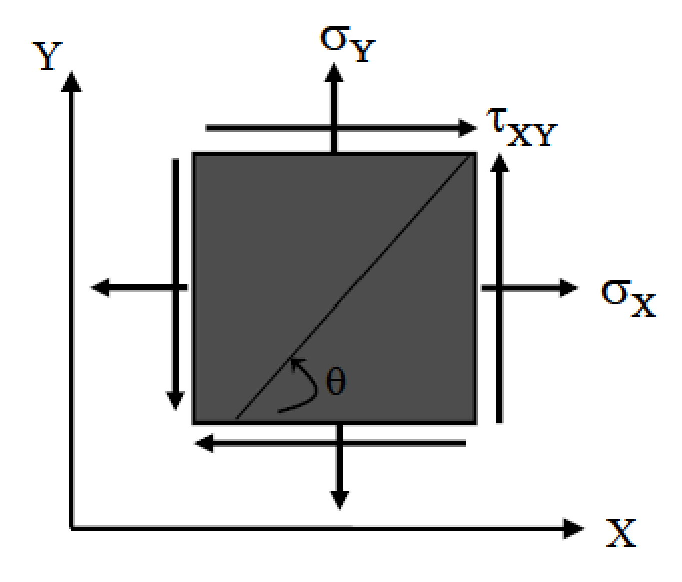
Esfuerzo Plano

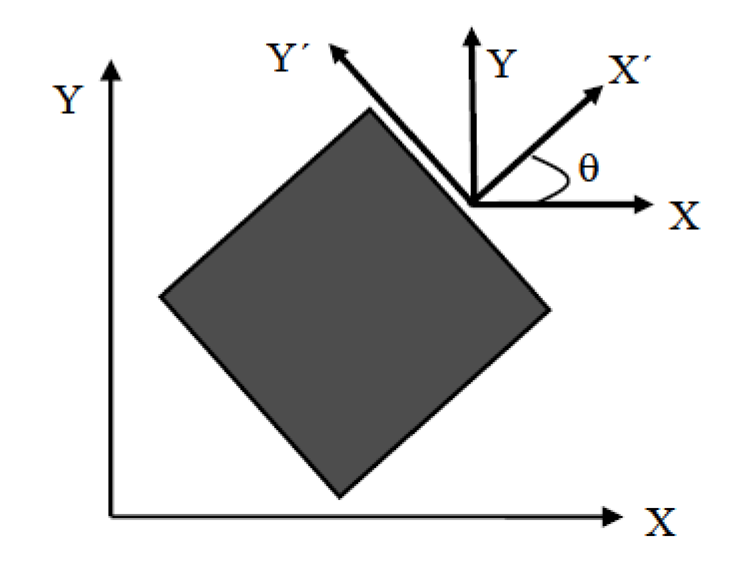


Esfuerzo Plano (vista en 2D)

Concepto de esfuerzo en el plano







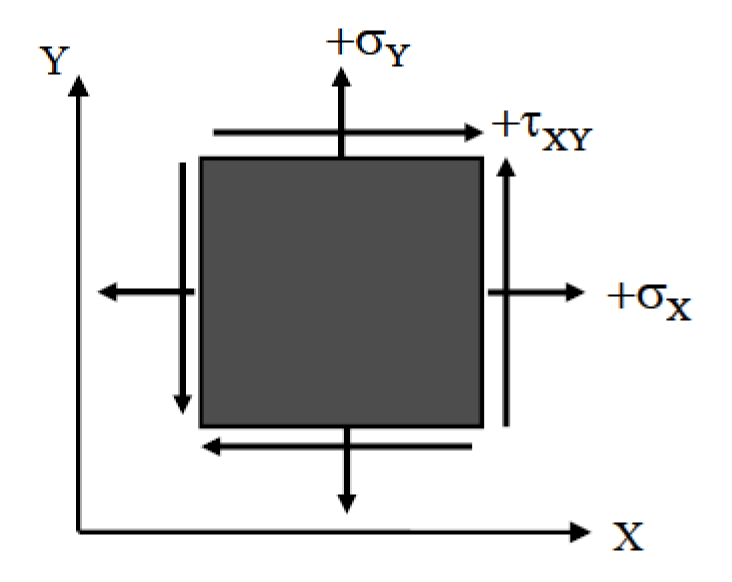
COMPORTAMIENTO MATERIAL

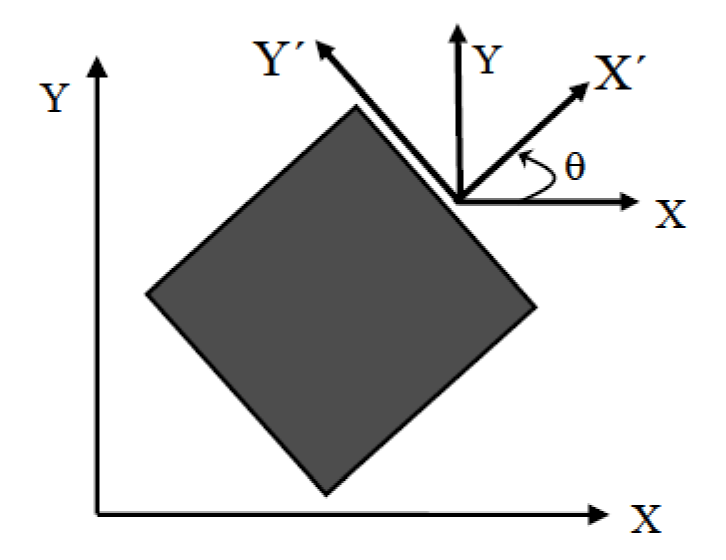
ENSAYOS EN MATERIALES

CÍRCULO DE MOHR

Ecuaciones generales de esfuerzo plano

Convenciones de signos

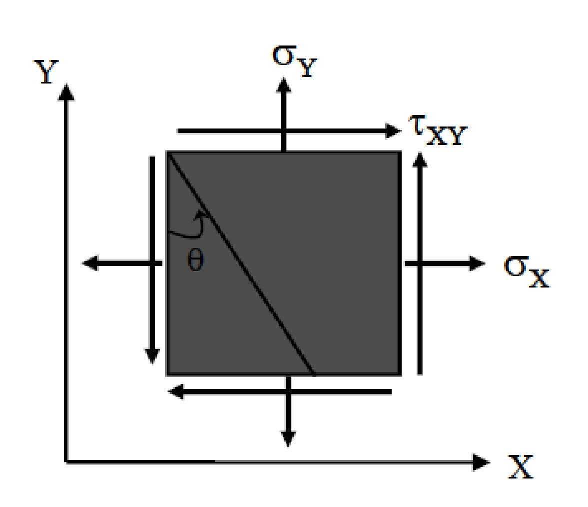


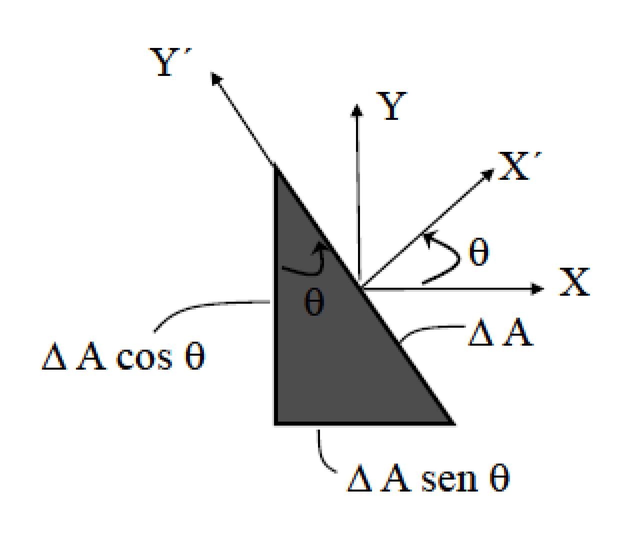


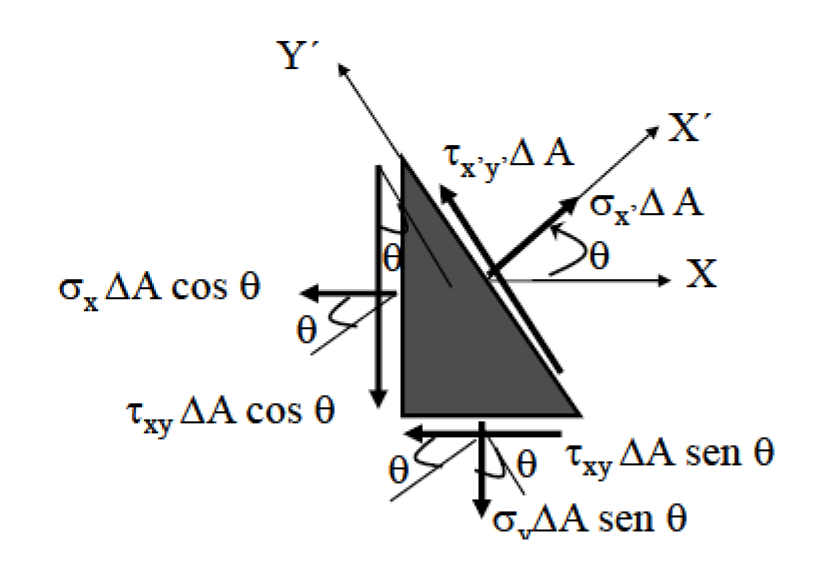
- Esfuerzo normal + hacia afuera sobre todas las caras
- Esfuerzo cortante + hacia arriba sobre la cara derecha del elemento.

- Ángulo + se mide desde el eje x positivo en dirección contraria a las manecillas del reloj(regla de la mano derecha).

Ecuaciones generales de esfuerzo plano







$$\Sigma F_{x\prime} = 0 \rightarrow \qquad \sigma_{x\prime} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos(2\theta) + \tau_{xy}\mathrm{sen}(2\theta)$$

→ Reemplazando θ= θ+90°

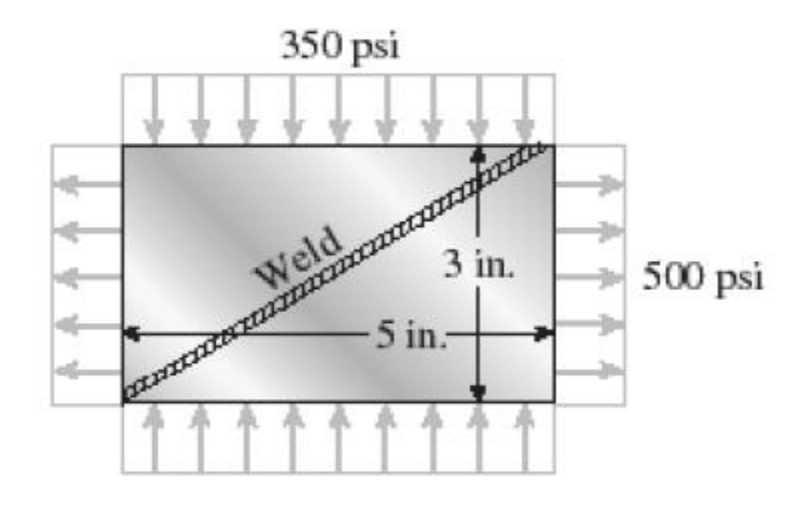
$$\Sigma F_{y\prime} = 0 \rightarrow \qquad \tau_{x\prime y\prime} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\mathrm{sen}(2\theta) + \tau_{xy}\cos(2\theta)$$

$$\sigma_{y\prime} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos(2\theta) - \tau_{xy}\mathrm{sen}(2\theta)$$

Ecuaciones generales de esfuerzo plano

Ejemplo:

Una placa rectangular de 3.0 pulg. x 5.0 pulg. esta formada por dos placas triangulares unidas por una soldadura. La placa está sometida a un esfuerzo de tensión y de compresión como se muestra en la figura. Encuentre el esfuerzo normal y de cortante en la soldadura.



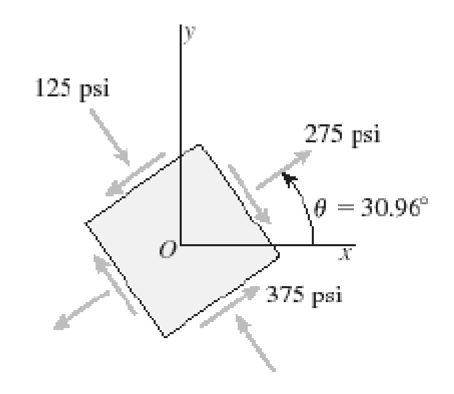
Ecuaciones generales de esfuerzo plano

Ejemplo:

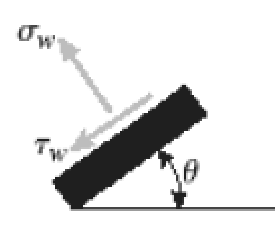
$\sigma_x = 500 \text{ psi} \quad \sigma_y = -350 \text{ psi} \quad \tau_{xy} = 0$

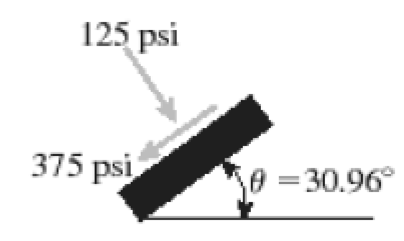
$\theta = \arctan \dfrac{3 \text{ in.}}{5 \text{ in.}} = \arctan 0.6 = 30.96°$

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$
$$= 275 \text{ psi}$$
$$\tau_{x_1y_1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta = -375 \text{ psi}$$
$$\sigma_{y_1} = \sigma_x + \sigma_y - \sigma_{x_1} = -125 \text{ psi}$$



Esfuerzos actuando en la soldadura:





$\sigma_w = -125 \text{ psi}$ ←

$\tau_w = 375 \text{ psi}$ ←

COMPORTAMIENTO MATERIAL

ENSAYOS EN MATERIALES

CÍRCULO DE MOHR

Esfuerzos principales y de cortante máximo

¿Cómo hallar el esfuerzo normal máximo?

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos(2\theta) + \tau_{xy}\mathrm{sen}(2\theta) \quad \rightarrow \frac{d\sigma_{x'}}{d\theta} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}2\ \mathrm{sen}(2\theta) + 2\tau_{xy}cos(2\theta) = 0$$

Resolviendo para θ:

$$\mathrm{Tan}(2\theta_p) = \frac{\tau_{xy}}{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}}$$

θ_p Ángulo para llegar a plano principal donde actúan esfuerzos normales máximos

Esfuerzos principales:
(Esfuerzos normales máximos)

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

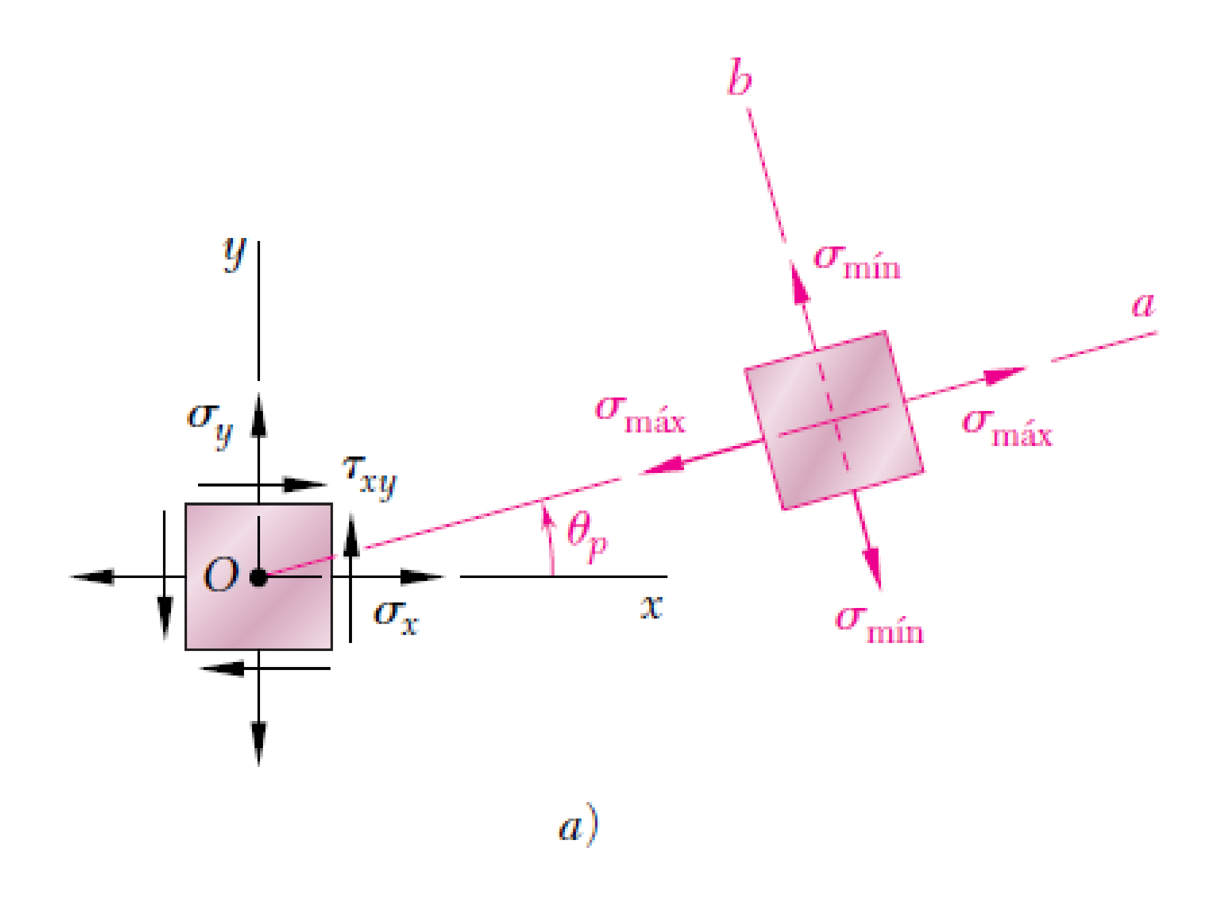
$$\tau_{x'y'} = 0$$

COMPORTAMIENTO MATERIAL

ENSAYOS EN MATERIALES

CÍRCULO DE MOHR

Esfuerzos principales y de cortante máximo



Esfuerzos principales y de cortante máximo

¿Cómo hallar el esfuerzo cortante máximo?

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\text{sen}(2\theta) + \tau_{xy}\cos(2\theta) \qquad \rightarrow \frac{d\tau_{x'y'}}{d\theta} = 0$$

Resolviendo para θ:

$$\text{Tan}(2\theta_s) = -\frac{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}}{\tau_{xy}}$$

Los planos de esfuerzo cortante máximo se encuentran a 45° con respecto a la posición del plano principal.

COMPORTAMIENTO MATERIAL

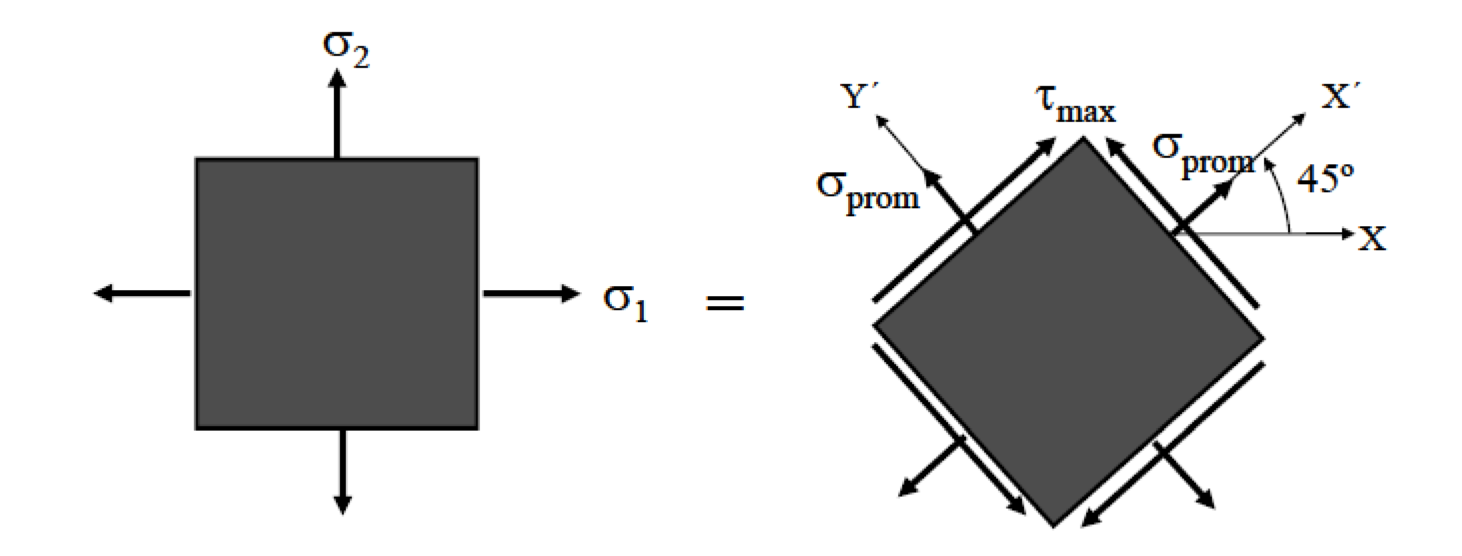
ENSAYOS EN MATERIALES

CÍRCULO DE MOHR

Esfuerzos principales y de cortante máximo

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{prom} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$



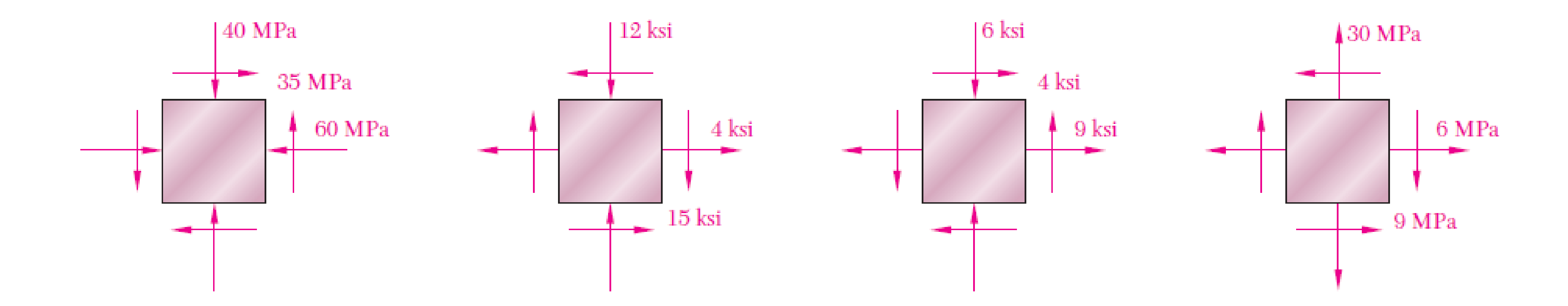
COMPORTAMIENTO MATERIAL

ENSAYOS EN MATERIALES

CÍRCULO DE MOHR

Esfuerzos principales y de cortante máximo

Ejemplos:



Círculo de Mohr para esfuerzo plano

$$\sigma_{x\prime} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos(2\theta) + \tau_{xy}\text{sen}(2\theta) \rightarrow$$

$$\sigma_{x\prime} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos(2\theta) + \tau_{xy}\text{sen}(2\theta)$$

$$\tau_{x\prime y\prime} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\text{sen}(2\theta) + \tau_{xy}\cos(2\theta)$$

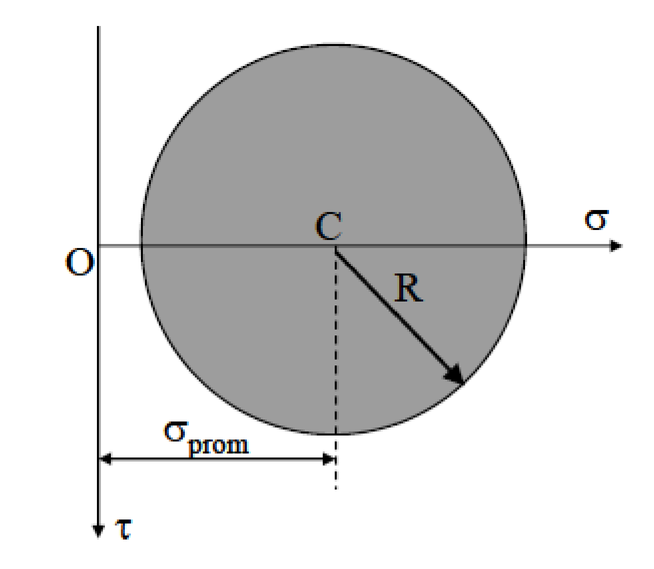
Se eleva al cuadrado cada ecuación y se suma:

$$\left(\sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

Ya que σ_x, σ_y, τ_{xy} son conocidas, reescribimos la ecuación como:

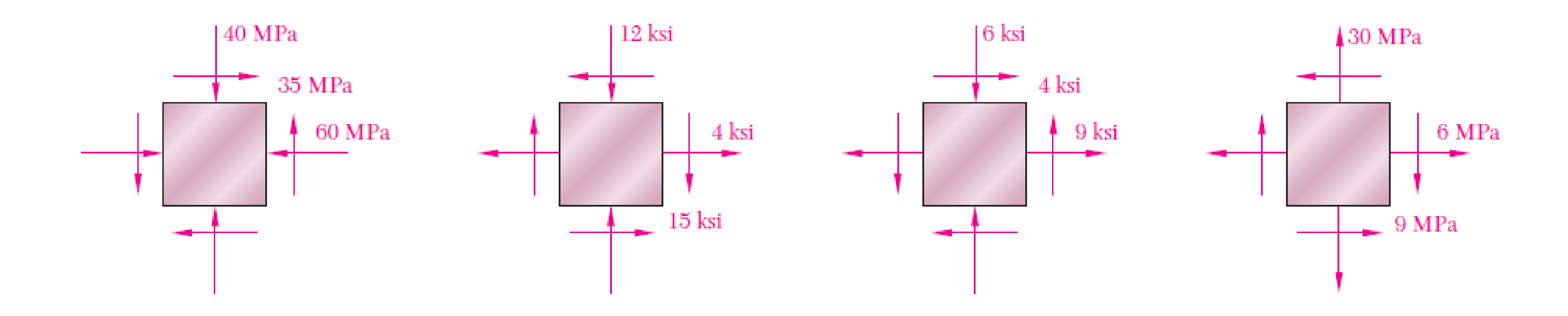
$$\left(\sigma_{x'} - \sigma_{prom}\right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = R^2$$

$$\sigma_{prom} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \qquad R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$



Círculo de Mohr para esfuerzo plano

Ejemplos



Círculo de Mohr para esfuerzo plano

Pasos para la construcción del circulo de Mohr:

Dados σ_x, σ_y y τ_{xy}:

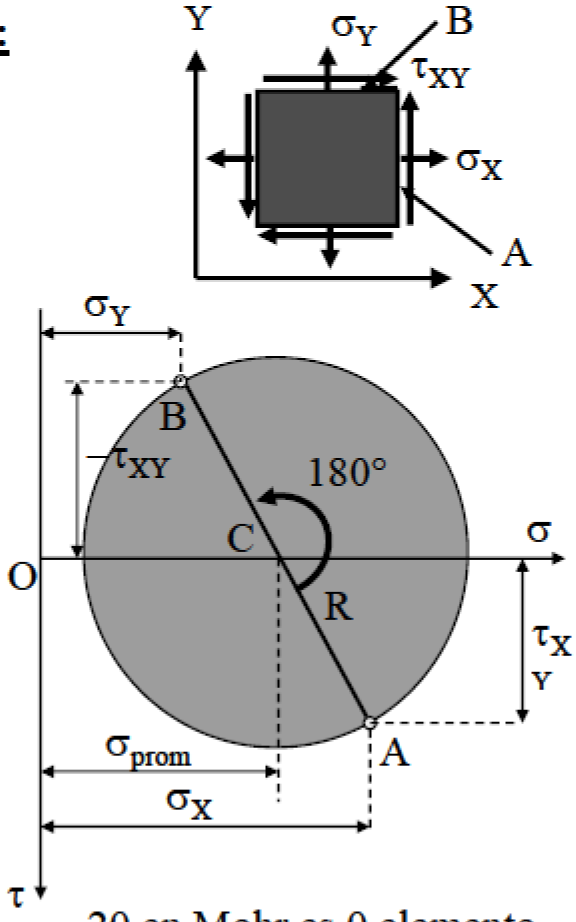
1. Dibuje un eje de coordenadas con σ como abscisa (positivo hacia la derecha) y τ como ordenada (positivo hacia abajo)

2. Localice el centro C del circulo en el punto con coordenadas (σ_{prom}, 0)

3. Localizar el punto A (representa las condiciones de esfuerzo sobre la cara A del elemento) con coordenadas (σ_X,τ_{XY})

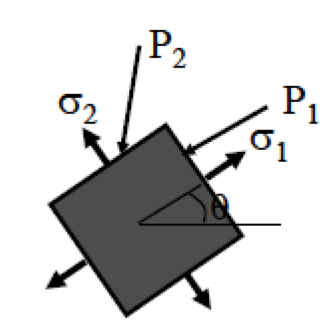
4. Localizar el punto B (representa las condiciones de esfuerzo sobre la cara B del elemento) se localiza diametral con respecto a A (σ_Y,-τ_{XY})

5. Con C como centro, trace el circulo de Mohr por los puntos A y B.



2θ en Mohr es θ elemento

Círculo de Mohr para esfuerzo plano



Pasos para los esfuerzos principales:

Una vez construido el circulo de Mohr con σ_x, σ_y y τ_{xy}:

1. El esfuerzo principal σ_1 es el punto en el circulo en donde esfuerzo normal alcanza su valor algebraico máximo y el cortante es 0. El plano principal está a un ángulo $2\theta_{p1}$ desde el punto de referencia A.

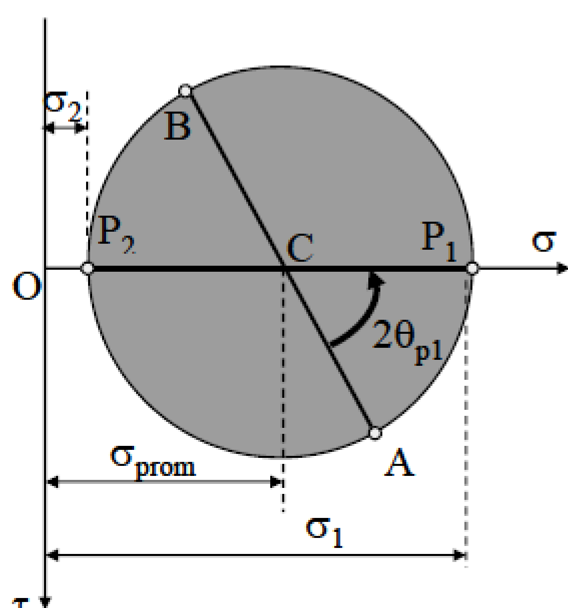
2. El otro plano principal, asociado con el esfuerzo normal menor en términos algebraicos, σ2, esta representado por el punto P_2, diametralmente opuesto al P_1.

$$\sigma_1 = \overline{OC} + \overline{CP}_1 = \frac{\sigma_X + \sigma_Y}{2} + R$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_X - \sigma_Y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\cos 2\theta_{p1} = \frac{\sigma_X - \sigma_Y}{2R}$$

$$\operatorname{sen} 2\theta_{p1} = \frac{\tau_{XY}}{R}$$

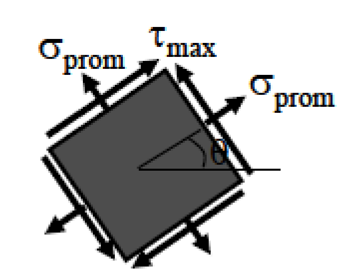


Círculo de Mohr para esfuerzo plano

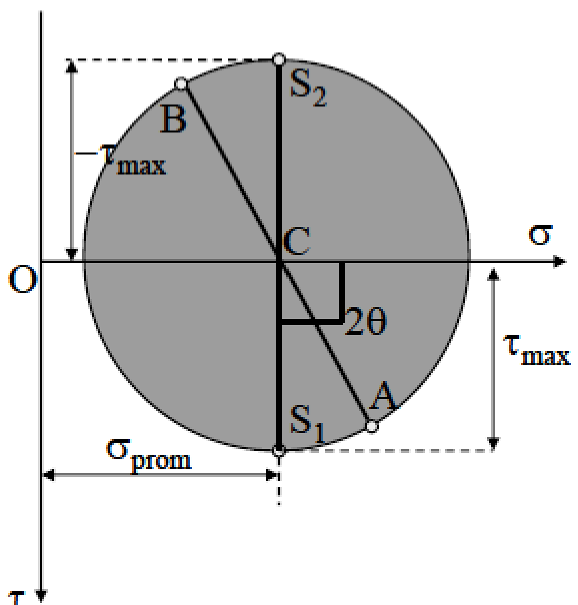
Pasos para el esfuerzo cortante máximo:

Una vez construido el circulo de Mohr con σ_x, σ_y y τ_{xy}:

1. Los puntos S_1 y S_2 representan los planos de esfuerzos cortantes máximo positivo y negativo y se localizan en la parte inferior y superior del circulo, respectivamente.



Los planos de esfuerzo cortante máximo están a 2θ=90° de los planos principales en el circulo de Mohr, es decir a 45° en elemento.



$$\tau_{max} = R \qquad R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_X - \sigma_Y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{prom} = \frac{\sigma_X + \sigma_Y}{2}$$

Referencias de clase

- BEER, F; JOHNSTON, E.R.; DEWOLF J., MAZUREK D. Mecánica de Materiales, 5ª Edición. Mc. Graw-Hill.
- García, L.E. Dinámica estructural aplicada al diseño sísmico, 1ª edición, Universidad de los Andes, Colombia, 1998.
- Correal, J. F. *Mecánica de materiales* [Material de clase]. Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.
- Smith, J.P. *Mechanics of materials* [Material de clase], Seattle University, Seattle, US.